



ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА» —
ЦЕ ЖУРНАЛИ НОВОГО ПОКОЛІННЯ

Математика в школі



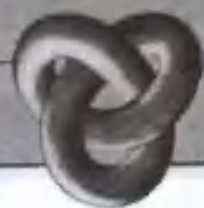
5'2005

ІНДЕКС 74326

ФОРМУВАННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ
КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ
ВИПУСКНИКА ШКОЛИ
ЯК МІСІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

ЗАДАЧІ ГРАФІЧНОГО ЗМІСТУ

ПЕРЕТВОРЕННЯ ПЛОЩИН
І КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

МАТЕМАТИКА
в школіНАУКОВО-
МЕТОДИЧНИЙ
ЖУРНАЛ

5/2005

ЗАСНОВНИКИ:

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ,
АКАДЕМІЯ ПЕДАГОГІЧНИХ НАУК УКРАЇНИ,
ВІДПОВІДНО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»Заснований у 1997 році
Виходить десяти разів на рікСвідоцтво про державну реєстрацію
серія КВ № 2760 від 21.08.1997 р.
Передплатний цілик 74526№ 5(51) 2005
ЧЕРВЕНЬСкладено вченою радою Інституту
педагогіки АПН України
(протокол від 17.03.2005 р. № 3)

Головний редактор

Тамаре ХМІРА

Заступник головного редактора

Володимир БІВЗ

Редакційна колегія:

Миколай БУРДА, Григорій БІВЗ,

Ірина ВІРЧЕНКО, Маросіє ЖАЛДАК,

Микола ГІНАТЕНКО,

Григорій ЛИТВИНЕНКО,

Юрій МАЛЮВАННЯ,

Віктор МИХАЙЛОВСЬКИЙ,

Микола ПЕРЕСТЮК, Василь ПЕТЕНЧУК,

Наталія ПРОКОПЕНКО,

Юлія СІСІКАНЬ, Василь ТАДІЄВ,

Ярослав ХОЛЯВКА, Василь ШВЕЦЬ,

Микола ШКІЛЬ, Нафір ШУНДА,

Василь ЯСІНСЬКИЙ

Надкоміром працює Олена ПОЛОВИЧ

(старший науковий редактор,

відповідальна за вміст)

Володимир ЛИТВИНЕНКО (художник-дизайнер)

Лариса АЛЕНІНА (технічний редактор)

Марина КІЗМАЧОВА (комп'ютерний набір)

Ірина КОХОНІЦЬКА-Олександрівна (коректор)

ВІДПОВІДНО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Директор видавництва

Юрій КУЗНЕЦОВ, тел. 234-41-87

Головний редактор видавництва

Олег КОСТЕНКО, тел. 246-71-45

Заступник головного редактора

Василь СМОЛЯНЕЦЬ, тел. 227-00-92

Заступник директора з виробництва

Володимир МАКСИМОВСЬКИЙ, тел. 246-71-45

Головний бухгалтер

Володимир ЛИТВИНЕНКО, тел. 246-73-83

Завідувач відділу реклами, збуту та реклами

Роман КОСТЕНКО, тел. 235-56-53

Адреса видавництва та редакції:

01004, Київ-4, вул. Васильова, 1/2

журнал «Математика в школі», тел. 234-23-30

Видруковано СМП «АВЕРС»

04214, Київ, пр. Оболонський, 36, тел. 461-87-93

Свідоцтво про державну реєстрацію

серія ДК № 586 від 05.09.2001 р.

Завано до набору 11.05.2005. Підписано до друку

07.06.2005. Формат 60x90^{1/8}. Папір офсет. Друк офсет.

Умов. аркуш. арк. 6,57. Обл.-вида. арк. 7,2.

Наклад 2000 пр. Зам. 95-313.

За достовірність даних, дат, назв тощо відповідальність нести не можемо.

Реподукція матеріалу без дозволу редакції не допускається.

Усі права захищені. Жодна частина, елемент,

ідея, анілюїція не можуть бути використані без

дозволу видавництва. Жодна частина, елемент,

ідея, анілюїція не можуть бути використані без

дозволу видавництва. Жодна частина, елемент,

ідея, анілюїція не можуть бути використані без

дозволу видавництва. Жодна частина, елемент,

ідея, анілюїція не можуть бути використані без

дозволу видавництва. Жодна частина, елемент,

ідея, анілюїція не можуть бути використані без

дозволу видавництва. Жодна частина, елемент,

ідея, анілюїція не можуть бути використані без

дозволу видавництва. Жодна частина, елемент,

ідея, анілюїція не можуть бути використані без

НАУКА – ВЧИТЕЛЮ

Сергій РАКОВ

Формування математичних компетентностей випускника школи
як місія математичної освіти _____ 2

Ірина СВЕРЧЕВСЬКА

Постнекласичні підходи до навчання математики _____ 8

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Ольга ШАВАЛЬОВА

Застосування програмного комплексу GRAN у математичній
підготовці середніх медичних працівників _____ 12

МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК

Алла ПРУС

Про циліндр у контексті прикладної спрямованості _____ 15

Вадим КІРМАН

Про один підхід до вивчення поняття границі послідовності _____ 20

Олексій ВОРОНИЙ, Любов КУКСА

Нерівності зі змінною під знаком цілої частини _____ 25

Тарас ВІЙЧУК

Використання різних функцій вправ
для формування статистичних уявлень учнів _____ 28

Світлана ПАРАСКЕВИЧ

Задачі графічного змісту як модель проблемної ситуації _____ 32

Василь КУШНІР, Григорій КУШНІР,

Ренат РІЖНЯК, Анна ПЕТЮРЕНКО

Формування творчого мислення учнів
при розв'язуванні рівнянь і нерівностей _____ 35

Григорій ФІЛІППОВСЬКИЙ

Екстремальні властивості рівностороннього трикутника _____ 40

Ірина ДЕНИСОВА

Розв'язування нерівностей методом інтервалів _____ 42

ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ

Олександра ШАРАН

Перетворення площини і комплексні числа
(поворот, осьова симетрія) _____ 44

МАТЕМАТИЧНІ ОЛІМПІАДИ

В'ячеслав ЯСІНСЬКИЙ

Метод нескінченного спуску в олімпіадних задачах з теорії чисел _____ 49

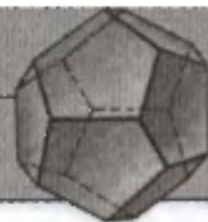
УВАГА, КОНКУРС!

Олексій ТОМАШУК, Василь ШВЕЦЬ

Цей прекрасний світ задач _____ 52

НАШІ АВТОРИ

_____ 56



Алла ПРУС

Про циліндр у контексті прикладної спрямованості

Математичне моделювання — основна ідея та стрижень математики. З цього приводу В. Фірсов писав, що математика пропонує іншим наукам сукупність моделей дійсності, які володіють чудовою загальністю і застосовністю [1, 222]. Сьогодні важко назвати хоча б одну галузь науки, виробництва, економіки, де б не використовували математичні методи. Тому математику дійсно вже можна означити як науку про математичне моделювання. Як зазначає у своїй статті [2, 6] Г. Бевз, було б добре, якби автори нової програми для 12-річної школи і нових підручників на це зважили.

Оскільки шкільний предмет «математика» повинен відображати основні методи та ідеї цієї науки, то метод математичного моделювання має бути присутнім у явному вигляді під час вивчення і алгебри, і геометрії. Про це неодноразово говорили у своїх роботах науковці та методисти: А. Адигозалов, Г. Бевз, Б. Гнеденко, Ю. Колягін, З. Слєпкань, А. Фетисов, В. Фірсов, З. Хаметова, В. Швець та ін.

Проте й досі у школі панує традиція — не виходити у навчанні математики за межі математичної моделі. *Прикладна спрямованість математики*, зокрема *стереометрії*, здатна, на наш погляд, виправити ситуацію на краще, з чим співзвучна цитата: «Реалізація прикладної спрямованості навчання геометрії, його світоглядного потенціалу невід'ємно пов'язана з введенням у навчання методу математичного моделювання. Це стосується, в першу чергу, способу введення понять, вибору ідей і методів геометрії, а вже потім — розв'язання прикладних задач» (Я. Бродський, О. Павлов, А. Сліпенко [3, 5]). Вважаємо, що найкращим способом підтримки ідеї введення методу математичного моделювання через прикладну спрямованість шкільного курсу, наприклад стереометрії, будуть конкретні методичні розробки.

Метою даної статті є: показати на основі ідеї математичного моделювання у контексті прикладної спрямованості технологію організації та подачі стереометричного матеріалу, пов'язаного із вивченням **циліндра**.

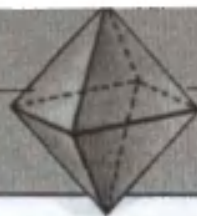
Надалі будемо базуватися на визначенні прикладної спрямованості у розумінні В. Фірсова [1] та системно-структурному підході З. Хаметової [4]. Якщо говорити коротко, то такий підхід полягає в тому, що курс математики, попередньо розподілений на логічно завершені блоки мате-

ріалу (які мають назву «учбово-математичні теорії» — УМТ), вивчають у ході неодноразово здійснюваного математичного моделювання. *Кожну УМТ*, у свою чергу, поділяють на чотири ступеня (емпірична основа, створення математичної моделі, вивчення математичної моделі, прикладання математичної моделі) — етапи вивчення, які корелюються з етапами математичного моделювання. До *першого ступеня* входять факти, задачі з практики, суміжних та інших дисциплін, що приводять до основних понять теорії. *Другий ступінь* містить теоретичну основу; до неї належать неозначувані поняття, аксіоми, різні припущення, формальні означення кожного із сукупності математичних понять — об'єкта теорії, що по суті є математичною моделлю деякої області дійсності. *Третій ступінь* складає основний масив теоретичних знань; у матеріалах цього ступеня розвивають систему допоміжних понять, вивчають операції над представниками кожного опорного поняття, їх кількісні характеристики. До останнього, *четвертого ступеня*, належать різноманітні зразки прикладання математичної моделі.

Розглянемо, наприклад, НМТ стереометрії «Циліндр», подану у вигляді таблиці 1.

Таблиця 1

| № | Ступінь | Зміст |
|---|---|--|
| 1 | Емпірична основа (ЕО) | Тіла циліндричної форми, поширені у будівництві, техніці, побуті (бочки, цистерни, резервуари, труби, колони та ін.) |
| 2 | Створення математичної моделі (СММ) | Поняття циліндра. Поняття прямого кругового циліндра. Поняття про основи та твірні циліндра. Поняття про радіус основи циліндра. Вісь та висота циліндра |
| 3 | Результати дослідження математичної моделі (РДММ) | Зображення циліндра. Поняття площини, дотичної до циліндра. Перерізи. Поняття осевого перерізу. Об'єм циліндра. Площа бічної поверхні циліндра. Розв'язування суто стереометричних задач |
| 4 | Прикладання математичної моделі (ПММ) | Прикладні задачі |



Зміст другого та третього ступенів цілком міститься у чинних підручниках та регламентується програмою. Методичні рекомендації стосовно них є традиційними. Тому ми зупинимося на змістовому наповненні першого та останнього ступенів, а також дамо ширші пояснення стосовно роботи вчителя на цих етапах.

Із циліндром учні, згідно з чинною програмою, ознайомилися у 6 класі. Тому вивчення даної форми у систематичному курсі стереометрії можна розпочати з повторення. Наприклад, доцільно провести бесіду з учнями про поширеність циліндричної форми в навколишньому світі. Обов'язково слід згадати, як можна утворити циліндричну форму (говоримо про прямий круговий циліндр). Причому розпочати зі способу, який вони вивчали раніше: обертання прямокутника навколо однієї зі своїх сторін. Потім обговорити, за допомогою руху ще якої планіметричної фігури можна утворити циліндр (рух круга вздовж прямої, перпендикулярної до площини, у якій він знаходиться). На закінчення бесіди підвести учнів до самостійного формулювання означення поняття «циліндр». Фактично, робота з означенням означає перехід на другий ступінь вивчення вказаної стереометричної фігури.

Пропонуємо наступне *змістове* першого ступеню вивчення теми. Зауважимо, що у чинному підручнику [5] відсутня інформація про реальні об'єкти циліндричної форми, необхідність знати властивості яких приводить до створення та мотивації подальшого вивчення математичної моделі — циліндра. У підручнику [6] наведено приклади матеріальних тіл циліндричної форми, історичну довідку щодо назви циліндра та утворення цієї форми.

Отже, як ми вже говорили, роботу на першому ступені розпочнемо з бесіди вчителя з учнями про циліндричну форму навколишніх предметів. Подамо її у вигляді фрагментів.

Учитель. «Поняття про *циліндричну форму* виникло ще у стародавні часи. Циліндричну форму вважали гармонійною та досконалою. Грецький філософ Анаксимандр (бл. 610 — бл. 540 до н.е.) у своїй космологічній теорії стверджував, що Земля має форму циліндра. Назва *циліндр* — грецького походження і означає *вал, коток*.

Циліндрична форма у реальному світі є однією з основних. Погляньте довкола і ви переконаєтеся, що вона притаманна предметам та їх елементам. Давайте поговоримо спочатку про живу природу. Допоможіть знайти там циліндричну форму». Учні, як правило, знаходять (хоча і небагато) такі приклади (частини стовбурів дерев, кровоносні судини та ін.). Їх приклади корисно доповнити.

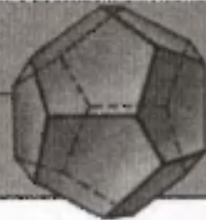
«Форма тулуба тварин наближається до циліндричної. В індіанців Перуанських Кордильєр майже *циліндрична грудна клітка*, об'єм якої може перевищувати $12\,000\text{ см}^3$, щоб розмістити легені з високою пропускною здатністю (що зумовлено тим, що місцеве населення Високих Анд протягом багатьох поколінь переживало процес акліматизації). Серед *мікроорганізмів* циліндрична форма спостерігається у паличкоподібних вірусів.

Природа. Стебла багатьох рослин мають циліндричну форму. Довжина стебел від 1–1,5 м (прісноводна вольфія) до 300 м (тропічні пальми-ротанги), діаметр сягає від частин міліметра (мохи) до 11 м (баобаб). У *тянь-шанської ялини* крона у формі циліндра. На півострові Сомалі величезні *термітники* — звичайна картина. Циліндрична башта досягає у висоту 4,5 м. В Австралії знайдено саме велике гніздо термітів. Його висота склала 6,1 м, а довжина окружності основи — 31 м. Самий високий термітник знайдено в Африці. Він був висотою 12,8 м, а в поперечнику сягав усього 3 м. Товщина стінок у термітника сягає 8–10 см».

Доцільно поставити запитання: «Чому природа обирає саме циліндричну форму?» Старшокласникам, можливо, буде важко знайти правильну відповідь, оскільки вони займалися у молодших класах питаннями об'єму та площі поверхні циліндра лише на рівні використання формул. Хоча висловлення ними здогадок теж буде корисним для розвитку їх мислення. Відповіді на поставлене запитання може бути такою: «Мабуть, тому що природа не байдужа до способів створення своїх форм: із можливих шляхів вона знаходить найоптимальніший за принципами *економії матеріалу та енергії*». Далі розмову можна продовжити таким чином.

Учитель. «Більша частина предметів (або хоча б їх частин), створених людиною, має циліндричну форму. Допоможіть навести приклади».

Учні називають завжди велику кількість таких прикладів (це резервуари для нафти, циліндричні труби, котки для укладання асфальту, цистерни для молока, корпуси водонапірних башт, ринви, рулони паперу, консервні бляшанки, склянки, пляшки, батарейки, ручки, пробірки, скалки для розкачування тіста, сито тощо). Оскільки вони переважно перераховують предмети побуту, можна звернути увагу старшокласників на різноманітні предмети та технічні пристрої циліндричної форми, з якими вони мали справу на уроках фізики, хімії, виробничого навчання, ОБЖД, фізичного виховання, допризовної підготовки, основ медичних знань тощо. Таким чином, будуть задіяні міжпредметні зв'язки. Відповіді учнів, у разі необхідності, можна доповнити.



Учитель. «Із уроків фізики вам відомі такі оптичні прилади, як *телескоп* та *бінокль*. Бінокль складається з двох зорових труб циліндричної форми, які між собою паралельно з'єднуються. Телескоп складається з деталей, які майже всі мають циліндричну форму, але з різними діаметрами основ. Конденсатор постійної ємності також має форму циліндра.

Серед медичних речей є чимало таких, що мають циліндричну форму. Це крапельниці, шприци, таблетки, пробірки, рулони вати тощо.

Згадаємо також про технічні об'єкти тієї форми, яка нас цікавить. *Вал* слугує для передачі обертального руху на стінки або будь-які механізми. Вал — це прямий круговий циліндр. *Вісь* включає три кругових циліндри різних діаметрів. Слугує для установки на ній вагонних коліс. *Труби* для води, пару, газу є порожніми круговими циліндрами. *Телеграфний стовп* — круговий циліндр, верхня частина якого зазвичай загострюється для стоку дошової води. Циліндричну форму має основна частина космічної ракети, яка містить двигун та пальне.

Різні марки зброї мають дуло циліндричної форми. Артилерійська гільза зроблена у вигляді металевої склянки, що теж має форму циліндра.

Цікаво, чи використовують у спорті предмети циліндричної форми? *Ворота* у хокеї зроблені з циліндричних труб (діаметр перерізу — 5 см). *Шайба* — це гумовий плоский диск чорного кольору з діаметром 76,2 мм і масою 140–170 г. У стендовій стрільбі вогонь ведуть по мішенях, які рухаються, — «тарілочка». «Тарілочка» — циліндричної форми, і виготовляють їх із пластмаси. Вони мають діаметр 11 і товщину 3 см. До важкої атлетики входять вправи з піднімання, головним чином, гри та штанги. *Штанга* складається зі сталюого грифа (довжина 220 і діаметр 2,8 см) і втулок, які вільно обертаються. На втулки одягають сталі або чавунні *диски* (масою від 1,25 до 25 кг) та важки (від 50 г до 1 кг). Чим можна пояснити наявність циліндричної форми у спортивних снарядів (шести для лазіння, турніки, спортивні бруси, штанги та ін.)? Учні легко пояснюють це тим, що вона не має ребер, а тому зручна для обхвату рукою.

Знову потрібно повернутися до питання: «Чому циліндрична форма характерна для великої кількості предметів огочення, виготовлених вже не лише природою, а й людиною? Досить багато продуктів харчування роблять циліндричної форми. Наприклад, торти, цукерки, тверді сири. Їх циліндрична форма, як і форма різноманітних посудин, як, наприклад, каструль, банок, форм для тортів тощо, обумовлена зручністю, економічністю у використанні (якою?). Зга-

даємо про вже перелічені труби, про колодязі, барабани, монети — вони теж мають циліндричну форму. Можливо, краще було б їх робити призматичної форми. А чому туби для оголошення частіше роблять циліндричної форми? Причини доцільності пояснюють циліндричну форму різноманітних футлярів, сувоїв паперу або матерії. Чому? Циліндрична форма присутня також у більшості предметів, які обертаються (точильний камінь, когушки, резервуари для білизни у пральних машинах, ємності для продуктів у кухонних комбайнах, різноманітні блоки та ін. Поясніть чому (згадайте фізику)».

Зауважимо, що на деякі запитання учням важко буде знайти відповідь. До запитань та відповідей можна повернутися після вивчення площі поверхні та об'єму циліндра. Неможливість знайти обґрунтовану відповідь створює мотивацію вивчення подальшого стереометричного матеріалу.

Неможливо також не торкнутися питання поширеності циліндричної форми і в архітектурі.

«*Бочка* — дах у вигляді напівциліндра. Трапляється в російській архітектурі XVII–XVIII ст. *Олександрійська колона* в С.-Петербурзі — пам'ятник архітектури, композиційний центр Двірцевої площі. Споруджена в 1830–34 рр. за проектом А. Монферрана в ознаменування перемоги у Вітчизняній війні 1812 р. Монолітний монументальний стовп із червоного граніту (вагою 500 т і загальною висотою 47,5 м) увінчано бронзовою фігурою ангела. В архітектурній композиції величного Парфенону в Греції, Казанського собору в С.-Петербурзі, башти Тауера у Великій Британії, каплиці Темп'етто в Італії та ін. можна виділити велику кількість деталей циліндричної форми. Присутність циліндричної форми в архітектурі здебільшого пояснюють естетичними міркуваннями. Але не лише».

Цікаво буде дізнатись учням про те, що зі всіх призматичних і циліндричних тіл з даною поверхнею найбільший об'єм має прямий круговий циліндр, основа якого дорівнює $\frac{1}{6}$ повної поверхні (цей факт може повідомити один із учнів та провести відповідну перевірку). Цей математичний факт привів до того, що певний час деякими архітекторами пропагувалася ідея побудови будинків циліндричної форми. Такі будинки мали перевагу, крім економії будівельного матеріалу, ще й у тому, що менша поверхня зовнішніх стін означає менші втрати тепла зимою, стіни менше будуть нагріватися влітку. Радіальне розташування кімнат скорочує переходи з однієї кімнати в іншу, що особливо цінується у великих будівлях установ та готелів. Так, в Італії, в



Сестріфі, побудовано готель Дукі д'Аоста діаметром 25 і висотою 47 м; у Франції тоді було споруджено багатоповерховий будинок циліндричної форми.

«Як часто трапляється циліндрична форма у сучасній архітектурі? Чому?»

Можна також згадати про відповідні форми у мистецтві. «На рубежі 1900–1910 рр. художник Малевич Казимир Северинович (1878–1935) створював близькі до кубізму, але насичені інтенсивним кольором композиції, в яких предметна форма конструювалась із циліндричних та конусовидних елементів».

Зауважимо, що спосіб обчислення бічної поверхні циліндра знайшов ще Архімед. Об'єм циліндра і в стародавні часи обчислювали множенням площі основи на висоту. Але це правило було знайдено не внаслідок теоретичних міркувань, а виведено на основі практики. Тому доцільно додати до попереднього матеріалу відповідну історичну інформацію (яку цілком посилено завчасно підготувати одному з учнів).

Після вивчення суто стереометричного матеріалу другого та третього ступенів пропонуємо розв'язувати прикладні задачі із поданого далі. Це перехід на четвертий ступінь вивчення НМТ. Зауважимо, що частина прикладних із загальної кількості всіх задач, має приблизно становити 20%; більшість задач до вказаної НМТ — це задачі на обчислення; для зручності роботи вчителів, поділяємо задачі на дві групи.

І. Почнемо із задач, пов'язаних з обчисленням об'єму циліндра

1. Літр — метрична міра, місткістю $1\ 000\text{ см}^3$ — для вимірювання молока має форму циліндра, висота якого дорівнює діаметру основи. Визначити розміри такої літрової кружки. *Відповідь.* Висота = 11 см.

2. Літр, який використовують для вимірювання інших речовин, повинен мати форму циліндра, висота якого в два рази більша за діаметр основи. Визначити розміри такої кружки. *Відповідь.* Висота = 17 см.

3. Маємо коробку циліндричної форми для льодяників, що має такі розміри: діаметр дна — 16 см; висота коробки — 8 см. Якою повинна бути висота другої коробки, щоб при тій самій місткості, що й перша, вона мала діаметр дна 12 см? *Відповідь.* — 14 см.

4. Маємо дві циліндричні посудини. Одна в півтора рази вужча за другу, але вдвоє вища. Яка посудина має більшу місткість? *Відповідь.* Перша.

5. Є дві циліндричні колоди. Одна вдвічі тонша за другу, але втричі довша. Об'єм якої більший?

Відповідь. Об'єм другої колоди більший.

6. Маємо дві циліндричні колоди. Одна має товщину 20 см і довжину 1,5 м. Друга колода на 5 см товща, але коротша на 50 см. Яка більша за об'ємом? *Відповідь.* Друга.

7. Скільки треба взяти циліндричних колод, довжиною 6 м і товщиною 25 см, щоб мати об'єм 1 м^3 ? *Відповідь.* Близько трьох з половиною.

8. Потрібно виготовити таку циліндричну мензурку з поділками для вимірювання кубічних сантиметрів, щоб відстань між її двома сусідніми поділками дорівнювала 1 мм. Визначити внутрішній діаметр мензурки. *Відповідь.* ~ 3,6 см.

9. Щоб визначити площу поперечного перерізу тоненької трубочки, в неї ввели 6,35 г ртуті. Довжина стовпчика ртуті дорівнює 14,7 см. Обчислити радіус трубочки. *Відповідь.* ~ 1 мм.

10. Потрібно виготовити до даху будинку з однієї його сторони жолоб, який має форму напівциліндра і вертикальну трубу для дошової води. Діаметр труби і жолоба повинен дорівнювати 15 см, довжина будинку дорівнює 15 м, висота — 12,5 м. Скільки квадратних метрів листового заліза піде на виготовлення жолоба та труби? На шви і спайки додати 5% матеріалу. *Відповідь.* ~ $5,3\text{ м}^2$.

11. Визначити масу 1 м мідного дроту діаметром 7 мм. Густина міді — $8,9\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. *Відповідь.* 0,3 кг.

12. Визначити масу залізної труби довжиною 1 м («погонний метр»), якщо зовнішній діаметр 5,5, внутрішній — 5 см. Густина заліза $7,8\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. *Відповідь.* 3,2 кг.

13. Гиря масою 1 кг виготовлена із латуні (густина $8,5\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$) і має форму циліндра. Маса ручки складає 12% маси гирі. Визначити розміри гирі, якщо її висота дорівнює діаметру. *Відповідь.* 5 см.

14. У циліндричному колодязі з внутрішнім діаметром 2,1 м вода прибула на 28 см. Скільки літрів води прибуло? *Відповідь.* ~ 970 л.

15. Торговець купив оптом 1 024 плетені коробочки вишень; кожна коробочка має форму циліндра із діаметром основи 0,2 м та висотою 0,3 м. Скільки відсотків прибутку отримав торговець, якщо 1 гарнець (1 гарнець = $3,28\text{ дм}^3$) вишень він продавав по 90 коп., а сам заплатив за всі вишні 2 200 гривень? *Відповідь.* 20 %.

16. Стационарна циліндрична цистерна з плоскими днищами місткістю 12 т заповнена паливом. Висота цистерни дорівнює 6 м, а рівень пального — 2 м. Скільки пального міститься в цистерні? *Відповідь.* 4 т.

17. У циліндричну посудину діаметром 10 см опушено тіло складної конфігурації. Визначити



об'єм тіла, якщо рівень рідини в посудині піднявся на 4 см. *Відповідь.* $\approx 314 \text{ см}^3$.

18. Автомашину вантажопідйомністю 3 т необхідно завантажити стальними болванками циліндричної форми. Які необхідно провести вимірювання та обчислення, щоб визначити необхідну кількість болванок при повній завантаженості автомашини? *Відповідь.* Виміряти діаметр основи та довжину кожної. Обчислити об'єм, а потім — масу однієї болванки. Для знаходження необхідної кількості вантажопідйомність машини розділити на знайдену масу болванки.

II. Пропонуємо задачі, пов'язані з обчисленням площі поверхні циліндра

1. Обчисліть повну поверхню обох коробок із задачі №3 (1) і порівняйте, яку коробку (при однаковій місткості) вигідніше виготовляти, першу чи другу, маючи на увазі найменші витрати на матеріал. *Відповідь.* Другу.

2. Діаметр котка для утрамбовування ґрунту дорівнює 1 м, а ширина — 1,5 м. Яка площа вирівнюється котком за один його оберт? *Відповідь.* $\approx 4,7 \text{ м}^2$.

3. Шліфувальний круг діаметром 350 і товщиною 60 мм за час роботи зменшився в діаметрі на 4,5 мм. На скільки при цьому зменшилася його робоча (циліндрична) поверхня? *Відповідь.* $\approx 850 \text{ мм}^2$.

4. Золотих справ майстер позолотив усередині 7 однакових циліндричних стаканів. Діаметр дна стакана 6 см, а глибина — 10 см. Скільки використано золота на позолоту стаканів і скільки коштує це золото, якщо на кожен 1 см² поверхні пішло 0,026 г золота і якщо 1 г золота оцінюється приблизно в 50 гривень? *Відповідь.* $\approx 40 \text{ г}$; $\approx 2000 \text{ грн}$.

5. Кожне червоне кров'яне тілце або, як кажуть, «кулька», може поглинати та виділяти кисень тільки з поверхні. Тому фізіологічне функціонування кульок у крові тварини має бути тим успішніше, чим більша їх загальна поверхня. А вона тим більша, чим дрібніше роздроблена їх речовина і чим більше, відповідно, їх число. Фізіологи, на основі приблизного визначення поверхні кожної кульки в крові людини, а також приймаючи до уваги, що в 1 мм³ крові у людини міститься 5 000 000 кульок і що кількість крові у дорослої людини дорівнює приблизно 5 л, обчислили, що загальна поверхня всіх червоних кульок, які містяться у крові людини, дорівнює 3200 м^2 . Перевірити вказану величину загальної поверхні кров'яних тілць людини, знаючи, що кожна кулька насправді (всупереч назві) має форму гральної шашки шириною 0,007 мм, а товщиною 0,002 мм. *Відповідь.* 3025 м^2 .

6. На циліндричний барабан підйомної машини, діаметр якої 750 мм і ширина 350 мм, намотується стальний трос товщиною 20 мм. Скільки метрів канату поміщається в один ряд на поверхні барабана, якщо її робоча частина складає 80%? *Відповідь.* $\approx 33 \text{ м}$.

7. Діаметр відра циліндричної форми дорівнює 21 см, а висота — 38 см. Чи можна зі шматка жерсті прямокутної форми розміром $62 \times 40 \text{ см}$ зробити заготовку бічної частини цього відра? *Відповідь.* Ні.

8. Дах будівлі ринку представляє собою четверту частину циліндричної поверхні, радіус якої дорівнює 8 м. Довжина даху — 50 м. Визначити поверхню даху. *Відповідь.* 628 м^2 .

9. Павільйон має в плані розміри $40 \times 10 \text{ м}$, а його фасадом є сегмент висотою 5 м. Дах павільйону є частиною циліндричної поверхні, радіус якої дорівнює 42,5 м. Обчислити поверхню даху. *Відповідь.* $\approx 400 \text{ м}^2$.

Далі розглянемо окремі методичні поради щодо роботи із прикладними задачами до означеної теми.

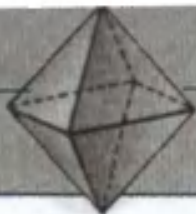
По-перше, чітко сформулювати умову та вимогу задачі математичною мовою. Це корисно проговорювати вголос під час колективного розв'язування задач або «про себе» при самостійному розв'язуванні. Знову ж, якщо навіть математична модель дана в умові, як правило, в задачі будуть окремі частини, які потрібно перекласти на мову математики (інакше задача просто не буде прикладною). Звичайно, вчитель має демонструвати учням, як правильно виконувати формалізацію на кількох прикладах.

По-друге, вважаємо за доцільне здійснювати короткий запис умови задачі. Це допомагає здійснювати етап формалізації, усвідомити, які елементи дано в задачі та як вони взаємопов'язані. Малюнок до задачі (якщо у його виконанні є потреба в учнів) із позначеними на ньому даними і шуканими величинами також вважатимемо скороченим записом задачі.

По-третє, розв'язування створеної вже суто стереометричної задачі потрібно проводити так, як звикли учні працювати із такими задачами (це стосується і аналізу, і добору методу розв'язування, і оформлення).

По-четверте, корисно, особливо якщо прикладна задача належить до задач середнього рівня складності або важких, попередньо розібрати суто стереометричну задачу, етапи розв'язування якої аналогічні чи подібні до етапів розв'язування всередині побудованої математичної моделі.

По-п'яте, отриманий розв'язок формальної математичної задачі необхідно дослідити на предмет його відповідності вихідній ситуації. Слід



також наголосити учням, що етап інтерпретації може показати відсутність відповіді до прикладної задачі або декілька її варіантів.

Поряд із розв'язуванням прикладних задач корисно також проводити роботи зі складання таких задач. Звичайно, матеріал для них можна знайти самостійно, використовуючи для цього предмети навколишнього середовища потрібної форми або інформацію, яку можна знайти у книжках (різноманітних довідниках, енциклопедіях тощо). Частину інформації, яка подана для опрацювання на першому ступені, вже можна використовувати з такою метою. Додатково для створення нових прикладних задач для теми «Циліндр» пропонуємо дані, подані у таблицях 2, 3.

Таким чином, на прикладі УМТ «Циліндр» показано, як системно-структурний розподіл матеріалу, в тому числі і прикладного (інформації та задач) вирішує проблему введення методу математичного моделювання до вивчення курсу стереометрії та здійснює його прикладну спрямованість.

ЛІТЕРАТУРА

1. Фирсов В. В. О прикладной ориентации курса математики: В кн. Углубленное изучение алгебры и начал анализа / Сост. С. И. Шварцбург, О. А. Боконев. — М., 1972.
2. Бевз Г. П. Величини у шкільному курсі математики. // Математика в школі. — 2003. — №8.
3. Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенко А. К. Чи потребує реформування геометрична освіта? // Математика в школах України. — 2004. — №7.
4. Хаметова З. Я. Об одном способе усиления прикладной направленности обучения. // Эвристика и дидактика точных наук. Сборник науч. работ. — Вып. 1 — Донецк: ТЕАН, 1993.
5. Погорелов О. В. Геометрія: Стереометрія: Підруч. для 10–11 кл. серед. шк. — К.: Освіта, 1998.
6. Бевз Г. П. та ін. Геометрія: Підруч. для 10–11 кл. загальноосвіт. навч. закладів/ Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. — К.: Вежа, 2002.

Таблиця 2

| № | Назва предмета | Висота, см | Діаметр основи, см | Товщина стінок, см | Матеріал або маса (г) |
|---|----------------|------------|--------------------|--------------------|-----------------------|
| 1 | грифель | 15 | 0,2 | — | графіт |
| 2 | шприц | 6 | 1,0 | 0,2 | 22 |
| 3 | помада | 5 | 1,5 | — | 3,9 |
| 4 | каструля | 12,5 | 23,5 (внутрішній) | 0,4 | алюміній |
| 5 | сковорода | 6 | 23 (внутрішній) | 0,5 | чавун |
| 6 | склянка | 9,5 | 8,3 (внутрішній) | 0,3 | скло |
| 7 | стакан | 8 | 8,9 (внутрішній) | 0,3 | скло |

Таблиця 3

| № | Назва предмета | Висота, см | Діаметр основи, см | Маса, г | Ціна за 1 кг, грн. |
|---|--------------------|------------|--------------------|---------|--------------------|
| 1 | цукерка «Батончик» | 3,5 | 1,8 | 12,5 | 7,5 |
| 2 | торт «Бузок» | 6 | 22 | 800 | 15 |
| 3 | сир «Російський» | 9,5 | 26 | 6500 | 17,5 |
| 4 | сир «Чеддер» | 6,6 | 13,5 | 1170 | 15 |
| 5 | банка з горошком | 8,1 | 10 | 550 | 2,3 |

Вадим КІРМАН

Про один підхід до вивчення поняття границі послідовності

Сучасні (ті, що існують зараз) програми з математики [1] передбачають вивчення основ математичного аналізу. Це не примха. Дійсно, вивчення основ аналізу, диференціального та інтегрального числення є необхідністю, що обумовлена логікою міжпредметних зв'язків шкільного курсу. Окрім того, пропедевтика основ аналізу необхідна як фундамент для вивчення багатьох науково-природничих та технічних дисциплін на молодших курсах вищих навчальних

закладів, коли формально відповідні розділи аналізу ще не вивчені. Як свідчить практика, ознайомлення з багатьма поняттями аналізу ще в школі, їх поступове засвоєння полегшує вивчення відповідних курсів в університеті.

Водночас не варто особливо доводити, що первинне ознайомлення з основними поняттями аналізу нашоюхується буквально на стіну нерозуміння у школярів (так само у студентів молодших курсів). Причин у цього явища багато. По-